

Statystyka opisowa

Robert Pietrzykowski

email: robert_pietrzykowski@sggw.pl

www.ekonometria.info

Na dziś...

- Sprawy bieżące
- Powtórzenie do sprawdzianu

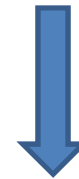
Na dziś...

- Powtórzenie z poprzedniego wykładu
- Wykład 4:
 - Szeregi czasowe.

Indeksy proste

Rok	Choinki			Lp		
2003	852	1	-----	0	y_0	y_0
2004	864	1,0141	1,0141	1	y_1	y_0
2005	819	0,9613	0,9479	2	y_2	y_0
2006	859	1,0082	1,0488	3	y_3	y_0
2007	846	0,993	0,9849	4	y_4	y_0
2008	785	0,9214	0,9279	5	y_5	y_0
2009	808	0,9484	1,0293	6	y_6	y_0
2010	797	0,9354	0,9864	7	y_7	y_0
2011	799	0,9378	1,0025	8	y_8	y_0

$$\frac{y_2}{y_0} : \frac{y_1}{y_0}$$

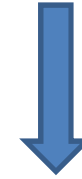


$$\frac{0,9613}{1,0141} = 0,9479$$

Indeksy proste

Rok	Choinki			Lp		
2003	852	1	-----	0	y_0	----
2004	864	1,0141	1,0141	1	y_1	y_0
2005	819	0,9613	0,9479	2	y_2	y_1
2006	859	1,0082	1,0488	3	y_3	y_2
2007	846	0,993	0,9849	4	y_4	y_3
2008	785	0,9214	0,9279	5	y_5	y_4
2009	808	0,9484	1,0293	6	y_6	y_5
2010	797	0,9354	0,9864	7	y_7	y_6
2011	799	0,9378	1,0025	8	y_8	y_7

$$\frac{y_1}{y_0} * \frac{y_2}{y_1}$$

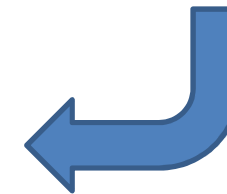


$$1,0141 * 0,9479 =$$

$$\frac{y_2}{y_0} = \mathbf{0,9613}$$

$$\frac{y_2}{y_0} \cdot \frac{y_3}{y_2} = \frac{y_3}{y_0}$$

$$0,9613 * 1,0488 = \mathbf{1,0082}$$



Indeksy złożone

- Indeks wartości

$$I_w = \frac{\sum_{j=1}^k w_{1j}}{\sum_{j=1}^k w_{0j}} = \frac{\sum_{j=1}^k p_{1j}q_{1j}}{\sum_{j=1}^k p_{0j}q_{0j}}$$

- Indeksy Laspeyresa i Paaschego

$$I_q^L = \frac{\sum_{j=1}^k p_{0j}q_{1j}}{\sum_{j=1}^k p_{0j}q_{0j}} \quad \bullet \text{ ILOSCI} \quad I_q^P = \frac{\sum_{j=1}^k p_{1j}q_{1j}}{\sum_{j=1}^k p_{1j}q_{0j}}$$

$$I_p^L = \frac{\sum_{j=1}^k p_{1j}q_{0j}}{\sum_{j=1}^k p_{0j}q_{0j}} \quad \bullet \text{ CEN} \quad I_p^P = \frac{\sum_{j=1}^k p_{1j}q_{1j}}{\sum_{j=1}^k p_{0j}q_{1j}}$$

Indeksy złożone

Towar	p0	q0	p1	q1	p1q1	p0q0	ip
A	10	2	10	4	40	20	1,0
B	5	4	2	5	10	20	0,4
C	5	2	1	8	8	10	0,2
					58	50	

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \rightarrow p_1 = p_0 i_p$$

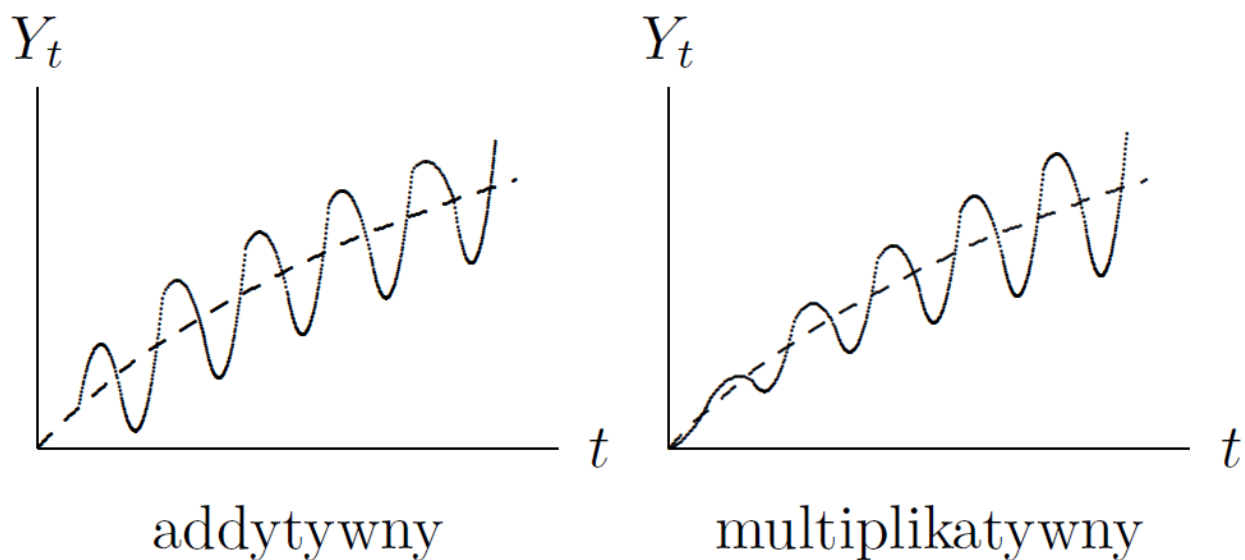
$$p_1 q_0 \rightarrow i_p p_0 q_0$$

p1q0	p0q1
20	40
8	25
2	40
30	105

$$p_0 = \frac{p_1}{i_p} \quad p_0 q_1 \rightarrow \frac{p_1 q_1}{i_p}$$

Składniki szeregu czasowego:

- 1. trend:** (średnia wartość cechy w czasie) funkcja trendu $f(t)$
- 2. okresowość:** (regularne odchylenia wartości cechy od trendu) funkcje wahań okresowych $S_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, r - 1$, r – długość okresu, $S_i(t + r) = S_i(t)$
- 3. szum:** składnik losowy ξ_t , $E\xi_t = 0$, $D^2\xi_t = \sigma^2$



Model addytywny (A)

$$Y_t = f(t) + S_i(t) + \xi_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

przy założeniu

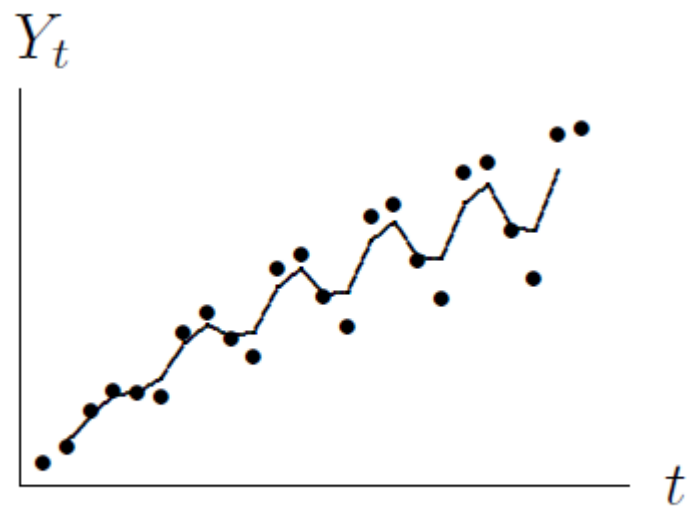
$$\sum_{i=0}^{r-1} S_i(t) = 0$$

Model multiplikatywny (M)

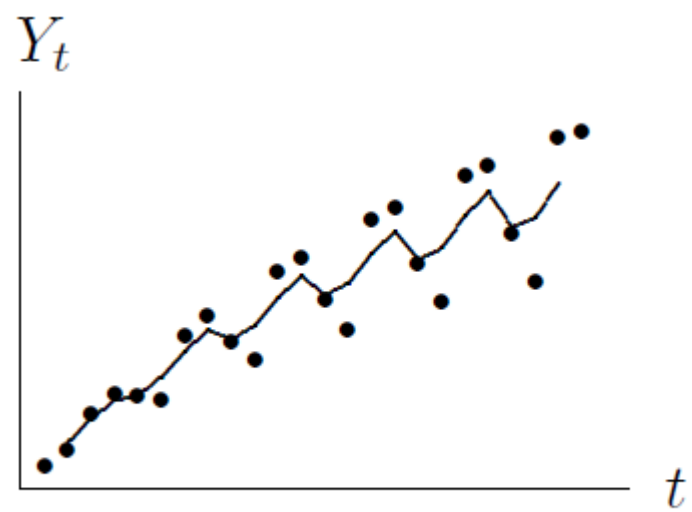
$$Y_t = f(t)S_i(t) + \xi_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

przy założeniach

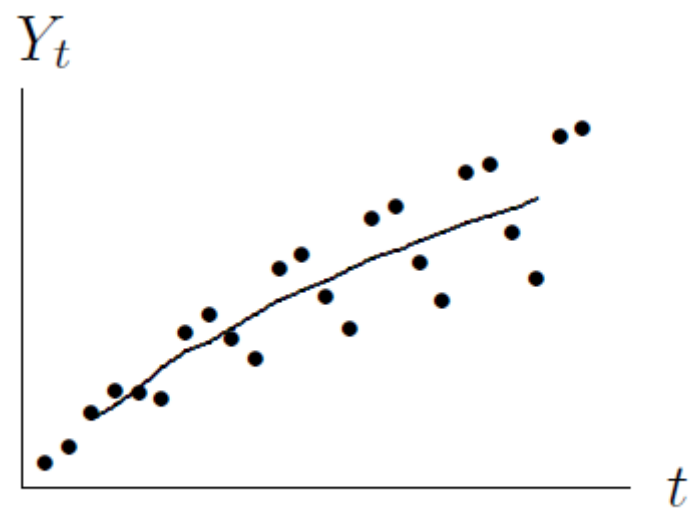
$$\sum_{i=0}^{r-1} S_i(t) = r, \quad S_i(t) > 0$$



$r = 2$



$r = 3$



$r = 4$

Etapy analizy szeregu czasowego

1. Estymacja funkcji trendu.
2. Estymacja funkcji okresowości.
3. Prognoza.

Prognoza dla chwili $n' \geq n$

model (A)	model (M)
$\hat{y}_{n'} = \hat{f}(n') + S_{oi}$	$\hat{y}_{n'} = \hat{f}(n')S_{oi}$

$\hat{y}_{n'}$ prognozowana wartość szeregu
 $i = (n' \bmod r)$

Estymacja funkcji okresowości

- Obliczenie średnich ruchomych
- Obliczenie różnicy pomiędzy danymi empirycznymi a średnimi ruchomymi
(dla modelu multiplikatywnego obliczenie ilorazów dla danych empirycznych i średnich ruchomych)
- Uśrednienie dla poszczególnych jednoimiennych podokresów
- Oczyszczenie surowych wskaźników okresowości

Estymacja funkcji trendu

- Usunięcie sezonowości z danych

$$A: y_{pi} = y_i - S_{i(t)}$$

$$M: y_{pi} = y_i / S_{i(t)}$$

- Wyznaczenie liniowej funkcji trendu

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 t$$

Etapy analizy szeregu czasowego

1. Estymacja funkcji trendu.
2. Estymacja funkcji okresowości.
3. Prognoza.

Prognoza dla chwili $n' \geq n$

model (A)	model (M)
$\hat{y}_{n'} = \hat{f}(n') + S_{oi}$	$\hat{y}_{n'} = \hat{f}(n')S_{oi}$

$\hat{y}_{n'}$ prognozowana wartość szeregu
 $i = (n' \bmod r)$

Materiały dodatkowe:

Modele szeregów czasowych: addytywny i multiplikatywny:

<http://ekonometria.info/zarzadzanie/Dok1.htm>

<http://ekonometria.info/zarzadzanie/Dok2.htm>

PYTANIA

1. Co to jest trend?
2. Co to są wahania okresowe?
3. Czym różni się model z sezonowością addytywną od modelu z sezonowością multiplikatywną?
4. Jak oszacować wahania sezonowe?
5. W jakiej sytuacji nie ma znaczenia, który z modeli zostanie zastosowany?
6. Oszacowano funkcję trendu $f(t) = 100 - 3t$ i addytywne wskaźniki sezonowości $S_0 = 5$, $S_1 = 10$, $S_2 = -6$, $S_3 = -9$. Podaj prognozę dla $t = 22$?
7. Oszacowano surowe addytywne wskaźniki sezonowości $S_0 = 5$, $S_1 = 10$, $S_2 = -6$, $S_3 = -5$. Podaj ich oczyszczone wartości?